

# Elektrotechnisches Versuchspraktikum

Für Bachelor-Studierende der Studiengänge Elektrotechnik (ET, 3. Semester), Elektrotechnik my Track (ET my Track, 5. Semester), Allgemeine Ingenieurwissenschaften (AIW 5. Semester), Engineering Science (5. Semester) und Technomathematik (TM 5. Semester)

Versuch Nr.: 5

Leistung im Wechselstromkreis

Ort: Harburger Schloßstraße 36, Container 2

Allgemeine Informationen unter:

<https://www.tuhh.de/mtec/teaching/e-praktikum>

Stand der Versuchsbeschreibung: 22.10.2022

## Versuchsskript zum Praktikumsversuch „Leistung im Wechselstromkreis“

### Worum geht es?

In diesem Versuch geht es um das Messen von Leistung in Drehstromsystemen und die Grundlagen der Leistungsübertragung in Hochspannungsnetzen. Dabei werden an einem Drehstromversuchsstand unterschiedliche Lastsituationen untersucht. Zudem werden an einem 380-kV-Leitungsmodell die Übertragungseigenschaften von Hochspannungsleitung demonstriert.

### Welche Apparaturen und Instrumente werden verwendet?

Es wird in kleinen Gruppen eigenständig an Versuchsständen gearbeitet, wobei Spannung, Strom, Wirkleistung, Blindleistung und Leistungsfaktoren gemessen werden. Die Versuchsstände bieten die Möglichkeit R, L, C Bauelemente entsprechend der Aufgabenstellung zu verschalten und repräsentieren einen typischen 400V-Drehstromanschlusses, wie er bei Haushalten verwendet wird. Ebenso sind Leitungsmodelle für höhere Spannungsebenen darstellbar.

### Was lernt man dabei?

Man lernt in experimenteller Arbeit das Verhalten eines Drehstromsystems zu beurteilen. Des Weiteren erhält man einen Einblick in die Komplexität des Energieübertragungssystems „Hochspannungsleitung“.

### Was wird von den Studierenden erwartet?

- **Vorbereitung:** Es wird erwartet, dass vor dem Praktikumstermin das **Versuchsskript vollständig durchgelesen** und alle **Kontrollfragen (Kapitel 7) schriftlich bearbeitet** werden. Bitte bereiten Sie sich gründlich auf den Versuch vor, denn die Vorbereitung wird durch ein Kolloquium geprüft und sie ist Voraussetzung für die Durchführung des praktischen Teils. Die durchschnittliche Durchführungsdauer des Praktikums lag in den vergangenen Jahren bei etwa den vorgesehenen 4 Stunden. Den pünktlichen Abschluss des Praktikums können Sie durch eine gute Vorbereitung sicherstellen! Wird die vorgesehene Dauer von 4 Stunden überschritten, liegt es im Ermessen des Betreuers, das Praktikum direkt fortzusetzen oder einen gesonderten Termin zur Fortsetzung festzulegen.
- **Materialien:** Mitzubringen sind ein **Ausdruck des Versuchsskriptes** (Versuchsdurchführungs-/Protokoll-Teil im DIN-A4-Format) sowie **Geodreieck/Lineal und ein Zirkel!** Letztere werden für die Zeichenaufgabe zur Versuchsauswertung zwingend benötigt.
- **Pünktliches Erscheinen:** Ohne die Sicherheitsunterweisung gleich zu Beginn der Veranstaltung kann am praktischen Teil des Versuches nicht Teil genommen werden!
- **Durchführung:** Pro Gruppe ist mindestens ein Versuchsprotokoll anzufertigen. Nach Wunsch wird eine Kopie von diesem angefertigt. Das Zeigerdiagramm zur Auswertung des Versuchsteils 8.1.3 ist von jedem Teilnehmer anzufertigen und muss nicht abgegeben werden.

## Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung und Motivation.....	3
2	Leistung bei Wechselstrom .....	6
2.1	Messung von P, Q, S und $\cos \varphi$ .....	8
3	Das dreiphasige Drehstromsystem .....	11
3.1	Das Vierleitersystem .....	11
3.2	Das Dreileitersystem .....	12
3.3	Leistung in Dreiphasensystemen.....	13
3.3.1	Leistung in beliebig belasteten Dreileitersystemen .....	14
	Leistung in symmetrisch belasteten Drei- und Vierleitersystemen .....	16
3.3.2	.....	16
4	Drehstromfreileitungen.....	17
4.1	Die Betriebsinduktivität.....	17
4.2	Die Betriebskapazität .....	19
4.3	Ohmscher Widerstand .....	19
5	Drehstromfreileitung bei symmetrischem Betrieb .....	20
6	Die elektrisch kurze Leitung .....	21
6.1	Der natürliche Betrieb .....	22
6.2	Der übernatürliche Betrieb .....	22
6.3	Der unternatürliche Betrieb .....	22
7	Kontrollfragen .....	24
8	Versuchsdurchführung .....	25
8.1.1	Messung: Leistung in Einphasensystemen .....	26
8.1.2	Messung: Leistung in symmetrisch belasteten Dreileitersystemen .....	26
8.1.3	Messung: Leistung in asymmetrisch belasteten Dreileitersystemen .....	27
8.2	Untersuchung einer 380-kV-Drehstromfreileitung .....	29
8.2.1	Elektrische Leitungskenngrößen .....	29
8.2.2	Die 150 km lange Leitung im natürlichen Betrieb .....	29
8.2.3	Eine 300 km lange Leitung bei unternatürlichem Betrieb.....	30
9	Anhang: Literatur .....	31

## 1 Zielsetzung und Motivation

Transport und Verteilung von elektrischer Energie erfolgt vorwiegend mit einem dreiphasigem Wechselstromsystem. Abhängig von der übertragenen Leistung werden typischerweise Spannungen zwischen 400 V und 380 kV verwendet. Private Endverbraucher sind beispielsweise an ein dreiphasiges 400 V Wechselstromsystem angeschlossen. Dabei ist zu beachten, dass an der häuslichen Steckdose jeweils nur eine der drei Phasen des Drehstromsystems anliegt. In diesem Praktikum werden die Unterschiede der Leistungsmessung in derartigen einphasigen und dreiphasigen Systemen verdeutlicht.

Vereinzelt sind auch in privaten Haushalten Verbraucher vorhanden die mehrphasig angeschlossen werden. Beispielsweise Baumaschinen, Motoren, kleine Werkzeugmaschinen und der elektrische Herd. Die Geräte besitzen einen Drehstromstecker, der in Abbildung 1 gezeigt ist. Er besitzt 5 Kontaktstifte:

Drei Phasen (L1, L2, L3)

Neutralleiter (N)

Schutzleiter (PE)



Abbildung 1: Drehstromstecker (CEE Stecker nach IEC 60309), rotes Gehäuse für 400 V

Die Belegung der einzelnen Pins ist vorgeschrieben und muss ein Rechtsdrehfeld bezüglich der Buchse ergeben. Das heißt mit Sicht auf die entsprechende Buchse muss im Uhrzeigersinn erst der erste, dann der zweite und schließlich der dritte Außenleiter seine Spannungsspitze erreichen, bei dem hier dargestellten Stecker entsprechend entgegen dem Uhrzeigersinn erst der erste, dann der zweite und letztendlich der dritte Außenleiter. Phase 1 (L1) befindet sich demzufolge links vom PE (Kontakt mit größtem Durchmesser) bei einer Buchse, und rechts vom PE bei einem Stecker.

Werden die einzelnen Adern eines Drehstromkabels betrachtet, so gilt die Konvention, dass L1 mit braun, L2 mit schwarz, L3 mit weiß, N mit blau und PE mit grün/gelb belegt ist. Kleinere Verbraucher wie Beleuchtung, Staubsauger oder Computer werden nur an eine der drei Phasen angeschlossen. Typischerweise werden Steckdosen und Deckenlampen zu Stromkreisläufen zusammengefasst und gleichmäßig auf drei Phasen des Hausanschlusses aufgeteilt. Wieso eine gleichmäßige Belastung der Phasen relevant ist, wird während des Praktikums erarbeitet.



Abbildung 2: Blick in den Mast einer 380-kV-Leitung

Bei den höheren Spannungsebenen wird die elektrische Energie mit Hilfe von Hoch- und Höchstspannungsleitungen über große Entfernungen zu den Verbrauchern geführt. Für die vereinfachte Darstellung derartige Übertragungsleitungen haben sich Ersatzschaltbilder mit konzentrierten Elementen bewährt. Eine derartig vereinfachte 380-kV-Drehstromfreileitung soll im zweiten Teil des Praktikums aufgebaut und untersucht werden.

In Abbildung 2 sind an der linken Seite die drei Phasen des Drehstromsystems erkennbar, welche aus sogenannten Bündelleitern bestehen. Typischerweise bilden 4 Verbundseile eine Phase und Distanzhalter sorgen für einen Abstand von 40 cm. Im Vergleich zu Einfachleitern wird bei Verwendung von Bündelleitern die Feldstärke an der Leiteroberfläche reduziert. So können auch bei schlechtem Wetter Koronaeffekte begrenzt werden. Der Neutraleiter ist bei Übertragungsleitungen nicht als separater Leiter vorhanden, da er an den Umspannstationen gebildet wird.

Der prinzipielle Aufbau eines dreiphasigen Drehstromsystems ist in Abbildung 3 gezeigt. Es besitzt 3 Außenleiter (L1, L2, L3 oder U, V, W) und den Neutraleiter/ Sternpunktleiter (N). Die Ströme der Außenleiter heißen Leiterströme. Die Benennungen und Zählpfeilrichtungen von Spannungen und Strömen können ebenso der Abbildung entnommen werden. Zwischen den Außenleitern liegen die Leiterspannungen oder verketteten Spannungen  $U_{12}$ ,  $U_{23}$  und  $U_{31}$  (teils auch Außenleiterspannungen oder Dreiecksspannungen genannt). Zwischen den Außenleitern und dem Sternpunktleiter liegen die Sternspannungen bzw. Phasenspannungen  $U_{10}$ ,  $U_{20}$  und  $U_{30}$ .

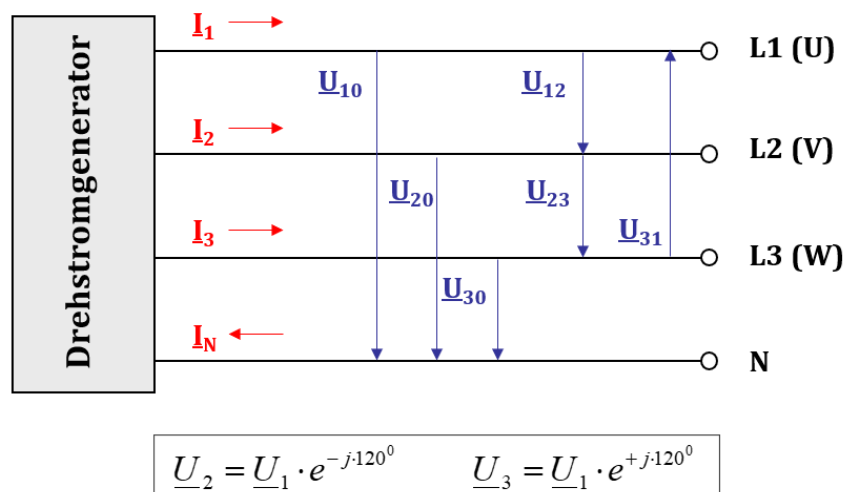


Abbildung 3: Das Dreiphasendrehstromsystem mit den Anschlüssen U, V, W auf der Verbraucherseite

In Abbildung 4 ist ergänzend zu Abbildung 3 die Umformung zwischen einem Verbraucher in Stern- und Dreieckschaltung gezeigt, der an die drei Phasen des Drehstromnetzes angeschlossen ist. Bezogen auf die umgesetzte Leistung sind die Darstellungen äquivalent.

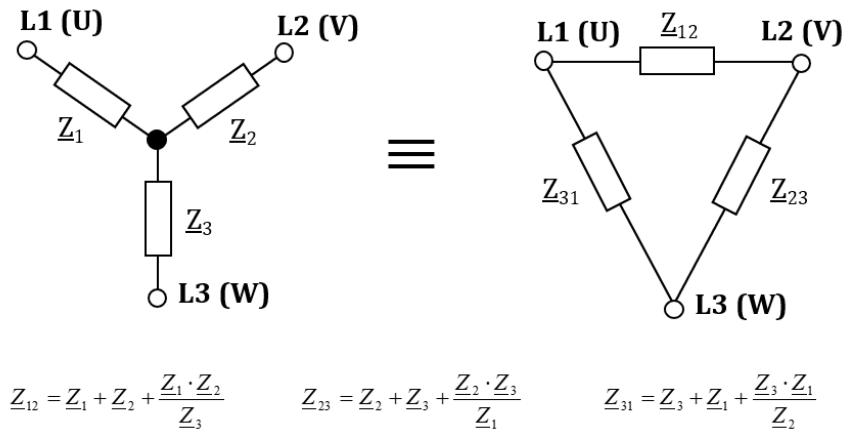


Abbildung 4: Umformung zwischen Stern- und Dreieckschaltung. Die Zuordnungen sind im allgemeinen Frequenzabhängig

## 2 Leistung bei Wechselstrom

Die Definition für Leistung von Gleichstrom lässt sich verallgemeinert ebenso auf Wechselstrom anwenden und beschreibt den Momentanwert der Leistung zum Zeitpunkt  $t$ .

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1)$$

Nachfolgend werden ausschließlich Spannungen und Ströme mit sinusförmigen Zeitverlauf im eingeschwungenen Zustand und überschwingungsfrei betrachtet:

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega t + \varphi_u), \\ i(t) &= \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2} \cdot I \sin(\omega t + \varphi_i) \end{aligned} \quad (2)$$

Mit der Eulerschen Formel lässt sich die Beziehung aus Gleichung (2) in der komplexen Zahlenebene darstellen. Hier vereinfacht ohne zusätzliche Phasenverschiebung beschrieben. Die Herleitung des Zusammenhangs ist für die Spannung gezeigt und lässt sich ebenso für den Strom anwenden:

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2} \cdot \operatorname{Im}\{U \cdot e^{j\omega t + \varphi_u}\} \\ &= \sqrt{2} \cdot \operatorname{Im}\{U \cdot (\cos(\omega t + \varphi_u) + i \sin(\omega t + \varphi_u))\} \\ &= \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega t + \varphi_u) \end{aligned} \quad (3)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \operatorname{Im}\{I \cdot e^{j\omega t + \varphi_i}\}$$

Es lässt sich die Zeigerdarstellung für die komplexen Effektivwerte ableiten, welche für diesen Versuch verwendet werden:

$$\underline{U} = U e^{j\varphi_u} \quad \text{und} \quad \underline{I} = I e^{j\varphi_i} \quad (4)$$

Abbildung 5 verdeutlicht die Lage der Zeiger in der komplexen Zahlenebene. Aus den hiermit definierten Größen kann die Wirkleistung  $P$  ermittelt werden. Dabei wird  $\underline{I}^*$  benötigt, was der komplex konjugierte Wert von  $\underline{I}$  ist:

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\} = \operatorname{Re}\{U e^{j\varphi_u} \cdot I e^{-j\varphi_i}\} = \operatorname{Re}\{U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}\} = \operatorname{Re}\{U \cdot I \cdot e^{j\varphi}\} \quad (5)$$

ebenso ergibt sich die Blindleistung  $Q$  zu:

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\} \quad (6)$$

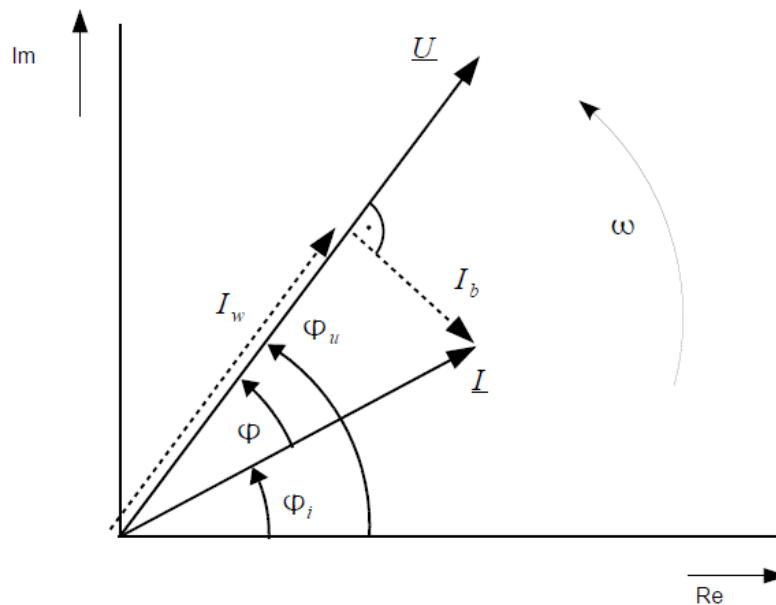


Abbildung 5: Spannungs- und Stromzeiger (induktiver Lastfall)

Aus den geometrischen Abhängigkeiten aus Abbildung 5 lassen sich die folgenden Gleichungen für die Wirkleistung  $P$  und die Blindleistung  $Q$  ableiten:

$$P = U \cdot I_w = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i), \quad (7)$$

$$Q = U \cdot I_b = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin(\varphi_u - \varphi_i). \quad (8)$$

Für die Bestimmung der an einem Bauelement umgesetzten Blindleistung ist es also entscheidend, ob zwischen  $u(t)$  und  $i(t)$  gemäß Gl. (2) eine Phasenverschiebung vorhanden ist. Die Phasenverschiebung wird von der Impedanz der Leitungen und angeschlossenen Geräte bestimmt. Eine Phasenverschiebung von  $+\pi/2$  bzw.  $-\pi/2$  liegt vor, wenn ausschließlich Induktivitäten oder Kapazitäten vorhanden sind. In der Realität ist dies nie der Fall, da alle Bauteile ebenso resistive Eigenschaften besitzen.

Der Strom an einer Induktivität eilt der Spannung nach (Merkregel: **I**nduktivität  $\rightarrow$  „**I**nach“). An einer Kapazität ist es genau umgekehrt, d. h. die Spannung eilt dem Strom nach. Entsprechend nennt man die Blindleistung  $Q$  induktiv für  $\varphi > 0$  und kapazitiv für  $\varphi < 0$  siehe auch Gl. (8). An einer Induktivität gilt:

$$Q_L = \text{Im} \{ \underline{U}_L \cdot \underline{I}_L^* \} = \text{Im} \{ \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_L \cdot \underline{I}_L^* \} = \omega \cdot L \cdot I_L^2 \quad (9)$$

mit  $\underline{U}_L = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_L = j \omega L \cdot \underline{I}_L$



Ebenso gilt

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_L \cdot \underline{I}_L^* &= (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L\} + j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L\}) (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L^*\} + j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L^*\}) \\
 &= (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L\} + j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L\}) (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L^*\} - j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L^*\}) \\
 &= (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L\} + j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L\}) (\operatorname{Re}\{\underline{I}_L\} - j \operatorname{Im}\{\underline{I}_L\}) \\
 &= \operatorname{Re}\{\underline{I}_L\}^2 + \operatorname{Im}\{\underline{I}_L\}^2 \\
 &= I_L^2
 \end{aligned} \tag{10}$$

Die von einer idealen Drosselspule aufgenommene Blindleistung erhält im Verbraucherzählpfeilsystem (VZS) ein positives Vorzeichen. An einer Kapazität ergibt sich entsprechend folgender Zusammenhang. Die Herleitung wird in den Kurzfragen zu diesem Kapitel aufgegriffen:

$$Q_C = \operatorname{Im}\{\underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^*\} = -\frac{I^2}{\omega \cdot C} = -\omega \cdot C \cdot U^2 \tag{11}$$

Die von einer idealen Kapazität aufgenommene Blindleistung erhält somit im VZS ein negatives Vorzeichen.  $Q$  bildet für ein System ein allgemeines Maß der im Zeitmittel zwischen Generator und Verbraucher pendelnden Leistung. Wirk- und Blindleistung lassen sich zur komplexen Leistung zusammenfassen. Der Betrag dieser Größe wird als Scheinleistung  $S$  bezeichnet:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + j \cdot Q \rightarrow |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I = S \tag{12}$$

Der nachstehende Quotient ist der sogenannte Leistungsfaktor (s. auch Gl. (7, 8)):

$$\cos \varphi = \frac{I_w}{I} = \frac{P}{S} \tag{13}$$

Das Bestreben der Energieversorger ist, den Anteil der abgenommenen Wirkleistung beim Verbraucher zu maximieren ( $\cos \varphi = 1$ ). Ein hoher Blindstromanteil  $I_b$  bedeutet  $\cos \varphi < 1$  und auch einen hohen Scheinstrom  $I$  (Abbildung 5). Dieser wiederum verursacht an den Impedanzen der Zuleitungen Verluste. Für diese Verluste ist also der Scheinstrom genauso wie Wirkstrom verantwortlich. Haushalte zahlen nur die verbrauchte Wirkleistung. Für große industrielle Abnehmer sind die Tarife allerdings so gestaltet, dass auch für die bereitgestellte Blindleistung gezahlt werden muss. Die Energiekosten steigen daher mit wachsender Abweichung vom  $\cos \varphi = 1$  [2].

## 2.1 Messung von P, Q, S und $\cos \varphi$

Zur Ermittlung der von Verbrauchern aufgenommenen Leistung verwendet man Leistungsmesser, auch „Wattmeter“ genannt. Sie besitzen jeweils einen niederohmigen Strompfad, über den der zu messende Strom geführt wird und einen hochohmigen Spannungspfad an dessen Anschlussklemmen die zu messende Spannung  $U$  angeschlossen wird. Im Praktikum wird ein analoges Messgerät entsprechend Abbildung 6 verwendet. Nach Spezifikation des Herstellers beträgt der Widerstand im Spannungspfad  $1 \text{ M}\Omega$  und  $8 \text{ m}\Omega$  im Strompfad.

Anschlussbuchsen für Strom (links, schwarz) und Spannung von drei Phasen (rechts, grau). Nur die zwei linken Spannungsbuchsen werden in den Versuchen benötigt.

Um eine Überlastung und Zerstörung des Geräts zu vermeiden, sind vor dem Einschalten des Versuchsstands stets die Messbereiche auf mindestens 5 A und 250 V zu erhöhen! Dies ist mit den beiden oberen Drehschaltern möglich.

Links neben der Position  $U_{\sim}$  des unteren Schalters befindet sich die Position für die Leistungsmessung in einem Einphasensystem.

Zum Ablesen der Wirkleistung multiplizieren Sie die Werte der oberen Schalter („A“ und „V“) und wählen Sie die dann die richtige Skala. In dem gezeigten Beispiel beträgt die Leistung bei maximalem Ausschlag:

$$25 \text{ A} \cdot 500 \text{ V} = 12.5 \text{ kVA}$$

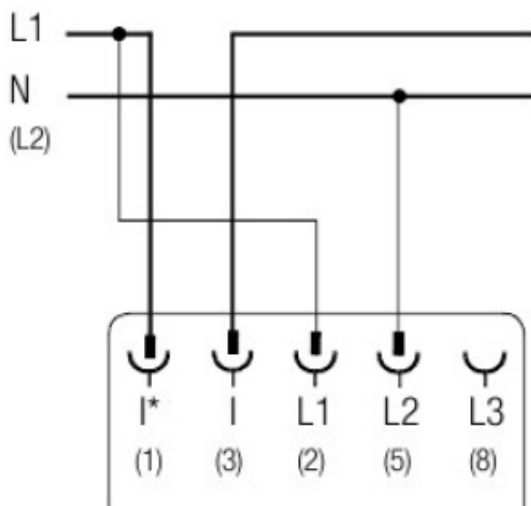


Abbildung 6: Messung beim Einphasen-Wechselstrom

Bei der Leistungsmessung wird die einphasige Wirkleistung  $P$  bestimmt. Abbildung 7 verdeutlicht wie die Anschlüsse des Stromnetzes mit dem Messgerät zu verschalten sind. Die Blindleistung  $Q$  als Imaginärteil der komplexen Leistung  $\underline{S}$  lässt sich nicht direkt messen. Um ein Standard-Wattmeter dennoch zur Blindleistungsmessung einsetzen zu können, muss die Blindleistung den Realteil der gemessenen Größe darstellen. Entsprechend Abbildung 5 wird die Wirkleistung durch den Anteil des Stromzeigers bestimmt, der in Phase mit der Spannung liegt. Die Blindleistung, welche nicht messbar ist, wird durch den Anteil des Stromzeigers verursacht, der 90 Grad phasenverschoben zur Spannung ist. Zur Messung der Blindleistung mit einem üblichen Wattmeter wird an den Spannungspfad des Geräts eine sogenannte Hilfsspannung angelegt, die gegenüber der tatsächlichen Spannung im dreiphasigen



Abbildung 7: Im Praktikum eingesetztes Messgerät

Drehstromsystem, siehe Kapitel 3, am Verbraucher um  $90^\circ$  nacheilt und somit in Phase mit dem Blindstrom ist. In einem Drehstromsystem können die anderen Phasen verwendet werden, um eine derartige Spannung zu erzeugen. Im Folgenden werden ergänzend zu der Einleitung die Grundlagen des Drehstromsystems vertieft, um zu verdeutlichen, wie die nötige Hilfsspannung ermittelt wird.

### 3 Das dreiphasige Drehstromsystem

Als Bezugsgröße für die Spannung in einem dreiphasigen Netz wird stets der Betrag der Außenleiterspannung gewählt ( $U_{12}$ ,  $U_{23}$  und  $U_{31}$ ). Diese entspricht bei einem symmetrischen „400-V-Drehstromnetz“ 400 V. Um das Drehstromsystem vollständig zu definieren, muss die Position der Zeiger in der komplexen Ebene definiert werden. Das System heißt symmetrisch, falls alle 3 Strangspannungen den gleichen Betrag haben und paarweise um  $120^\circ$  phasenverschoben sind. Die verketteten Spannungen sind um den Faktor  $\sqrt{3}$  größer als die Phasenspannungen. Es liegen durch Außenleiter- und Außenleiterspannung zwei symmetrische Spannungssysteme vor, die um  $30^\circ$  gegeneinander verdreht sind. Im Folgenden wird angenommen:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= U_{12} \cdot e^{j \cdot 0^\circ}, & \underline{U}_{23} &= U_{23} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}, & \underline{U}_{31} &= U_{31} \cdot e^{-j \cdot 240^\circ} \\ \underline{U}_{12} &= \underline{U}_{23} \cdot e^{j \cdot 120^\circ}, & \underline{U}_{23} &= \underline{U}_{31} \cdot e^{j \cdot 120^\circ}, & \underline{U}_{31} &= \underline{U}_{12} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \end{aligned} \quad (14)$$

Folgende Beziehungen gelten für die Spannungs- und Stromzeiger. Ebenso lassen sich aus Abbildung 3 weitere Knoten und Maschengleichungen ableiten. Eine Hilfestellung geben die Inhalte der Elektrotechnik 2 Vorlesung:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} &= 0 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 &= \underline{I}_0 \end{aligned} \quad (15)$$

#### 3.1 Das Vierleitersystem

Als Vierleitersystem bezeichnet man ein dreiphasiges Drehstromsystem, welches einen Sternpunktleiter, den sogenannten Neutralleiter besitzt. Die meisten verwendeten 4-Leiter-Systeme sind annähernd symmetrisch. Dadurch fließt kein Strom im Neutralleiter. Wie eingangs erwähnt, gilt dies häufig in Niederspannungsnetzen nicht. Ein Beispiel mit einem Zeigerdiagramm bei unsymmetrischer Last in Sternschaltung zeigt Abbildung 8. Wie beispielhaft gezeigt wird, bilden die Strangströme ein unsymmetrisches System. Erkennbar ist dies an den gestrichelten Linien des Stroms, denn die Summe der Strangströme ist nicht null, wodurch sich ein Neutralleiterstrom  $\underline{I}_0 > 0$  ergibt.

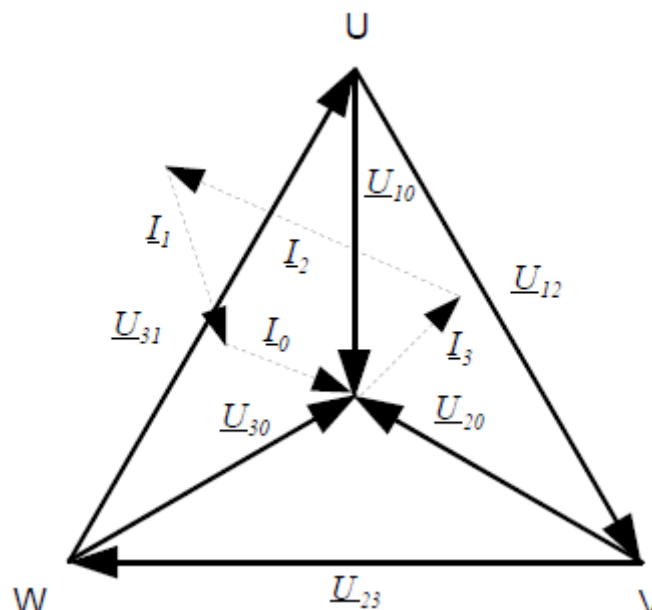


Abbildung 8: Unsymmetrische Last im Vierleitersystem

Bei symmetrischer Belastung entspricht der Strom  $I_0 = 0$  d.h. der Neutralleiter müsste nicht verbunden sein, da über diesen kein Strom fließen würde.

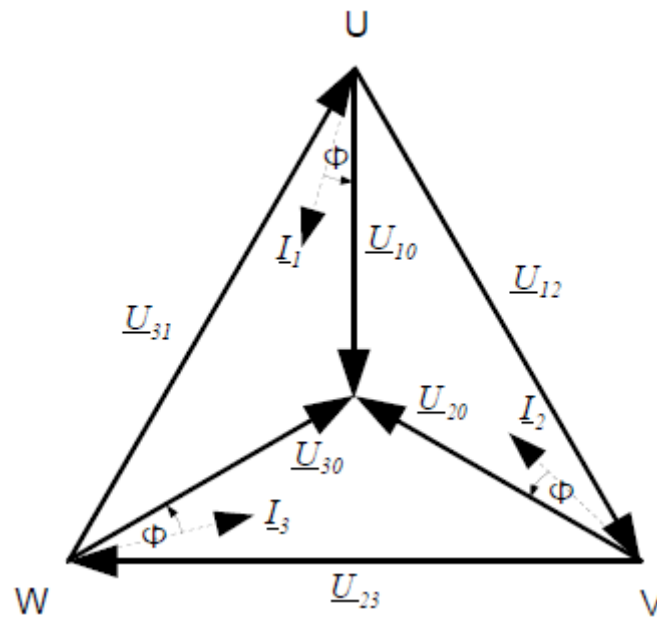


Abbildung 9: Symmetrische Last im Vierleitersystem

### 3.2 Das Dreileitersystem

Das oben beschriebene Vierleitersystem bildet bei nicht verbundenem Sternpunkt ein Drehstrom-Dreileitersystem. Analog zu den bisherigen Überlegungen heißt es symmetrisch, wenn die Leiterspannungen die Gl. 14 erfüllen. Dies setzt gleiche Strangimpedanzen zwischen den Leitern voraus. D.h bei ungleichen Strangimpedanzen stellt sich im Dreileitersystem am Sternpunkt ein anderes Potential ein, als im Vierleitersystem der Sternpunkt- bzw. Neutralleiter aufweisen würde.

Das System der Gleichungen (14) gilt mit  $I_0 = 0$  weiterhin; zweckmäßigerweise ergänzt man es zur Beschreibung der Potenzialverschiebung des Sternpunkts aber wie folgt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{U}_{1S} - \underline{U}_{2S}, & \underline{U}_{23} &= \underline{U}_{2S} - \underline{U}_{3S}, & \underline{U}_{31} &= \underline{U}_{3S} - \underline{U}_{1S}, \\ \underline{U}_{SN} &= \underline{U}_S - \underline{U}_N = \underline{U}_S - \underline{U}_0 \end{aligned} \quad (16)$$

wobei der Index „S“ hier den verschobenen Sternpunkt kennzeichnet, welcher grafisch in Abbildung 10 eingezeichnet ist. Die Spannungen  $\underline{U}_{10}$ ,  $\underline{U}_{20}$  und  $\underline{U}_{30}$  beziehen sich auf einen Neutralleiter, den man künstlich erzeugen muss. Diese sind damit nicht in der Schaltung messbar.

Ein Sternpunkt an der Last kann unzugänglich oder rein fiktiv sein. Der letztgenannte Fall tritt ein, wenn ein Verbraucher in Dreieckschaltung vorliegt. Aus der Netzwerktheorie ist bekannt, dass bei einer festen Frequenz bei gegebener Dreieckschaltung ein bezüglich der drei äußeren Anschlüsse vollkommen äquivalenter Stern aus 3 eindeutig bestimmten anderen Impedanzen mit definiertem Sternpunktpotential konstruierbar ist („Stern-Dreieck-Umwandlung“ siehe Abbildung 4). Die Umkehrung gilt gleichermaßen. Die formalen Zusammenhänge der Impedanz in Stern- bzw. Dreiecksschaltung sind ebenfalls in Abbildung 4 gegeben.

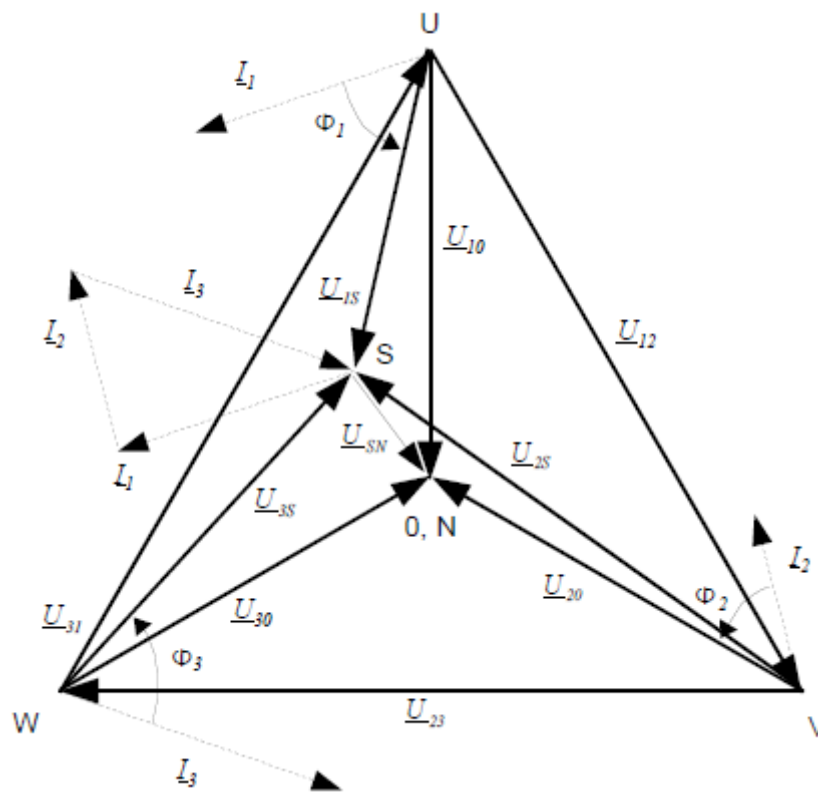


Abbildung 10: Unsymmetrisch belastetes Dreileitersystem

Abbildung 10 zeigt die Spannungen und Ströme bei unsymmetrischer Belastung eines symmetrischen Dreileitersystems. Im Spezialfall einer symmetrischen Last sind Sternpunkt S und Nullpunkt N identisch.

### 3.3 Leistung in Dreiphasensystemen

In beliebig belasteten Dreiphasensystemen ist die Wirk-/Blindleistung die Summe der in den Einzelphasen umgesetzten Wirk-/Blindleistungen. Im einfachsten Fall schließt man an jede Phase ein Wattmeter an, wie bei Einphasensystemen, und addiert die Anzeigen der einzelnen Wattmeter, um die gesamte Wirkleistung zu messen. Für die Messung der gesamten Blindleistung kann man die Strompfade der Wattmeter belassen wie bei der Wirkleistungsmessung.

Wie zuvor bereits diskutiert wurde, sind die Spannungspfade für die Blindleistungsmessung so anzupassen, dass die neuen anliegenden Spannungen gegenüber der Früheren um den Winkel  $90^\circ$  nacheilen. Diese Spannung wurde zuvor als Hilfsspannung bezeichnet. Im symmetrischen Drehstromnetz gilt (s. z.B. Abbildung 10):

$$\begin{aligned}
 -j\underline{U}_{10} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \underline{U}_{23}, & -j\underline{U}_{20} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \underline{U}_{31}, & -j\underline{U}_{30} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \underline{U}_{12}, \\
 -j\underline{U}_{12} &= -\sqrt{3} \cdot \underline{U}_{30}, & -j\underline{U}_{23} &= -\sqrt{3} \cdot \underline{U}_{10}, & -j\underline{U}_{31} &= -\sqrt{3} \cdot \underline{U}_{20}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Somit kann beispielsweise die Spannung  $-\sqrt{3} \underline{U}_{10}$  zur Bestimmung der Blindleistung an einem Verbraucher zwischen der Phase 2 und 3 verwendet werden. Entsprechend lässt sich für einen dreiphasigen Verbraucher für jeden Strang eine Spannung zur Messung der Blindleistung bestimmen. Wichtig ist, dass die Beträge der Spannungen übereinstimmen. Die Summe der Leistungen in den Strängen entspricht dann der gesamten verbrauchten Blindleistung. Abbildung 11 verdeutlicht noch einmal die relevanten Zeiger bei der Leistungsmessung in einem Strang. Es ist exemplarisch der Strom für einen kapazitiven und einen induktiven Verbraucher eingetragen. Liegt die notwendige Hilfsspannung nicht

vor, weil die Anschlüsse beispielsweise nicht zugänglich sind, kann sie in einem symmetrischen Dreiphasensystem z.B. durch einen künstlichen Neutralleiter erzeugt werden.

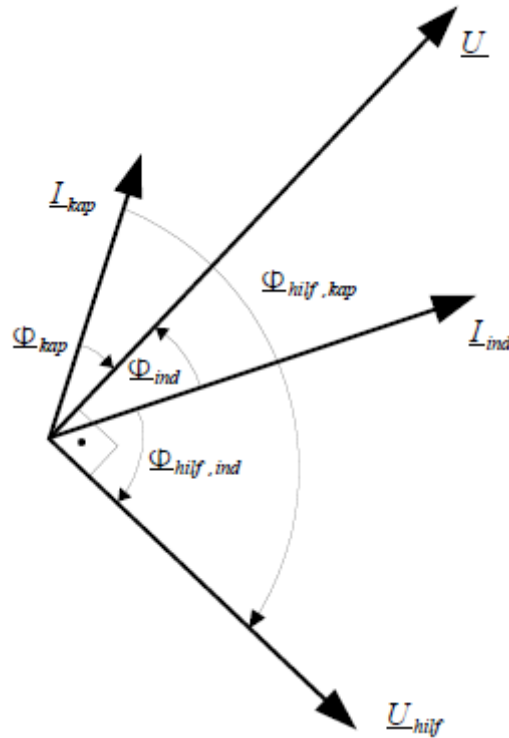


Abbildung 11: Spannungs- und Stromzeiger bei Leistungsmessung im Drehstromsystem

Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Anzeige}} &= U \cdot I \cdot \cos \varphi & \geq 0 & \text{ für } I_{\text{kap}} \text{ und } I_{\text{ind}} \\
 Q_{\text{Anzeige}} &= U_{\text{hilf}} \cdot I \cdot \cos \varphi_{\text{hilf}} & \geq 0 & \text{ für } I_{\text{ind}} \\
 & & \leq 0 & \text{ für } I_{\text{kap}}
 \end{aligned}$$

Im Praktikumsversuch ist zu beachten, dass die Messgeräte nur positive Leistung anzeigen können. Soll also negative / kapazitive Blindleistung gemessen werden ist die Polarität der Hilfsspannung zu tauschen und der nun positive Zahlenwert abzulesen. Dieser muss dann mit einem negativen Vorzeichen notiert werden.

### 3.3.1 Leistung in beliebig belasteten Dreileitersystemen

Da die Leistungsmessung aller drei Phasen durch die zusätzlichen Hilfsspannungen einen erheblichen messtechnischen Aufwand darstellt, soll im Folgenden eine Methodik hergeleitet werden, die nötigen Messungen zu reduzieren. Mögliche Schaltungen in einem Dreileiternetz sind die Sternpunktsschaltung ohne Sternpunktleiter und die Dreieckschaltung. Die Scheinleistung setzt sich aus der Summe der Verbraucherleistungen in den einzelnen Strängen (Index „Str“) zusammen:

$$\begin{aligned}
 \underline{S} &= \sum_{i=1}^3 \underline{U}_{\text{Str } i} \cdot \underline{I}_{\text{Str } i}^* & (18) \\
 &= \underline{U}_{10} \cdot \underline{I}_{10}^* + \underline{U}_{20} \cdot \underline{I}_{20}^* + \underline{U}_{30} \cdot \underline{I}_{30}^* \\
 &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^* + \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_{23}^* + \underline{U}_{31} \cdot \underline{I}_{31}^*
 \end{aligned}$$

Es ergibt sich unter Berücksichtigung der Phase:

$$\begin{aligned}\underline{S} &= U_{Str} \cdot I_{Str} \left( e^{j0} e^{j\varphi} + e^{-j120^\circ} e^{j(120^\circ+\varphi)} + e^{-j240^\circ} e^{j(240^\circ+\varphi)} \right) \\ &= 3U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot e^{j\varphi} \\ &= \sqrt{3} U \cdot I (\cos \varphi + j \sin \varphi)\end{aligned}\quad (19)$$

Wobei in der Sternschaltung  $I = I_{Str}$ ,  $U = \sqrt{3}U_{Str}$  und in der Dreieckschaltung  $I = \sqrt{3}I_{Str}$ ,  $U = U_{Str}$  gelten.

Aus  $\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$  folgt  $\underline{U}_{31} = -\underline{U}_{12} - \underline{U}_{23}$  (s. Gl. (14)). Einsetzen in Gl. (18) liefert:

$$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot (\underline{I}_{12}^* - \underline{I}_{31}^*) + \underline{U}_{23} \cdot (\underline{I}_{23}^* - \underline{I}_{31}^*) \quad (20)$$

Mit  $\underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \underline{I}_1$  und  $\underline{I}_{23} - \underline{I}_{31} = -\underline{I}_3$  ergibt sich schließlich:

$$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^* \quad (21)$$

Daraus kann man die Wirkleistung und die Blindleistung berechnen:

$$\begin{aligned}P &= \operatorname{Re}(\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*) + \operatorname{Re}(-\underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^*) = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_{\underline{U}_{12}, \underline{I}_1}) + U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_{\underline{U}_{32}, \underline{I}_3}) \\ Q &= \operatorname{Im}(\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*) + \operatorname{Im}(-\underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^*) = U_{12} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_{\underline{U}_{12}, \underline{I}_1}) + U_{32} \cdot I_3 \cdot \sin(\varphi_{\underline{U}_{32}, \underline{I}_3})\end{aligned}\quad (22)$$

Es ist also ausreichend zwei der drei Ströme und Spannungen zu bestimmen, um in einem symmetrischen System die Leistung zu bestimmen. Um die Messgeräte für reelle Leistungen verwenden zu können, erfolgt noch eine weitere Umformung. Entsprechend Gl. (12) folgt für  $Q$ :

$$Q = \operatorname{Re}(-j \underline{S}) = \operatorname{Re}(-j \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + j \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^*) \quad (23)$$

Anwendung von  $j \underline{U}_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{10}$  und  $j \underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{30}$  (Gl. (16)) liefert schließlich:

$$\begin{aligned}Q &= \sqrt{3} \cdot \operatorname{Re}(-\underline{U}_{30} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{10} \cdot \underline{I}_3^*) = \sqrt{3} \cdot \operatorname{Re}(\underline{U}_{03} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{10} \cdot \underline{I}_3^*) \\ &= \sqrt{3} U_{03} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_{\underline{U}_{03}, \underline{I}_1}) + \sqrt{3} U_{10} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_{\underline{U}_{10}, \underline{I}_3}) = \sqrt{3}(Q_1 + Q_2)\end{aligned}\quad (24)$$

$Q_1$  und  $Q_2$  werden von den Wattmetern angezeigt. Ihre Summe ist mit  $\sqrt{3}$  zu multiplizieren, um die Gesamtblindleistung  $Q$  zu erhalten. Hilfsspannungen sind hier  $\underline{U}_{03}$  und  $\underline{U}_{10}$ .

Praktisch verwendet man zur Wirkleistungsmessung 2 Wattmeter entsprechend der nachstehend gezeigten Schaltung, die auch **Aronschaltung** genannt wird. In dem gezeigten Fall wird  $P$  nach Gl. (22) gemessen:



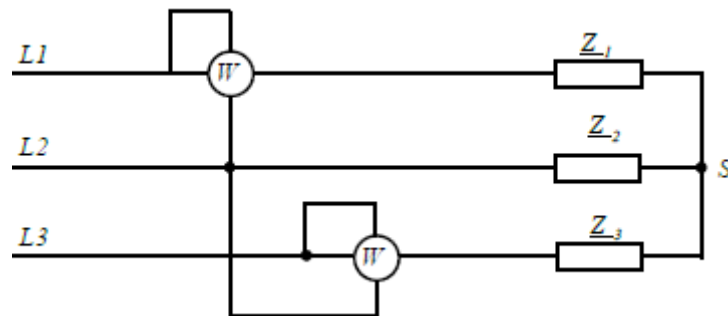


Abbildung 12: Exemplarischer Aufbau der Aaronschaltung

Es wäre ebenso durch angepasste Verschaltung der Messgeräte, nämlich mit den Hilfsspannungen  $\underline{U}_{10}$  und  $\underline{U}_{30}$ , möglich  $Q$  entsprechend Gl. (24) zu messen.

### 3.3.2 Leistung in symmetrisch belasteten Drei- und Vierleitersystemen

Wird zusätzlich eine symmetrische Last verwendet kann der Messaufwand weiter reduziert werden und es ist keine eigene Schaltung zur Blindleistungsmessung erforderlich. Die Werte von  $P$ ,  $Q$  und  $\cos \varphi$  können direkt mit der Aronschaltung, wie sie bei der Wirkleistungsmessung eingesetzt wurde, ermittelt werden. Aus dem Zeigerdiagramm in Abbildung 10 folgend, gilt für die Leiterspannungen eines symmetrischen Systems  $U_L = U = |\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}|$  und für den Leiterstrom  $I_L = I = |\underline{I}_1| = |\underline{I}_2| = |\underline{I}_3|$ .

Weiterhin ist die Gesamtblindleistung  $Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \sin \varphi$  (s. Gl. (19)).

Bei Verwendung der Aronschaltung ist  $P = P_{L1} + P_{L3} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ , wobei gilt:

$$P_{L1} = |\underline{U}_{12}| \cdot |\underline{I}_1| \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) \quad (25)$$

$$P_{L3} = |-\underline{U}_{23}| \cdot |\underline{I}_3| \cdot \cos(30^\circ - \varphi) = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) \quad (26)$$

$Q$  kann ebenso aus der Differenz der beiden Leistungen gebildet werden, was die nachstehende Herleitung zeigt:

$$\begin{aligned} P_{L3} - P_{L1} &= U \cdot I \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) - U \cdot I \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) & (27) \\ &= U \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ - \cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ) \\ &= U \cdot I \cdot 2 \sin 30^\circ \cdot \sin \varphi \\ &= U \cdot I \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{Q}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Somit gilt für die Bestimmung der Blindleistung  $Q = \sqrt{3}(P_{L3} - P_{L1})$

Bei einem kapazitiven Verbraucher gilt beispielsweise  $|P_{L1}| > |P_{L3}|$  und  $P_{L1} > 0$ , wodurch sich  $Q < 0$  ergibt. Damit wurden die Grundlagen zur Messung von Leistung in Drehstromsystemen vollständig erarbeitet. Im Folgenden wird auf die Effekte bei der Übertragung von Leistung am Beispiel einer Drehstromfreileitung eingegangen.

## 4 Drehstromfreileitungen

Wie eingangs erwähnt, sollen in diesem Praktikum ebenso die stationären Übertragungseigenschaften einer 380-kV-Freileitung untersucht werden. Allgemein sind Freileitungen Betriebsmittel in Energieversorgungsnetzen, die dem Transport und der Verteilung der elektrischen Energie dienen. In der öffentlichen Energieversorgung haben sich im Laufe der Zeit verschiedene Spannungsebenen entwickelt. Die Endverteilung der elektrischen Energie auf die Verbraucher erfolgt über die 400-V-Ebene, die aus einem übergeordneten Mittelspannungsnetz gespeist wird (ca. 10-30 kV). Mittelspannungsnetze ihrerseits werden aus dem überlagerten Hochspannungsnetz gespeist, das mit 110 kV betrieben wird. Bei den Höchstspannungsnetzen hat sich die Netznennspannung 380 kV durchgesetzt. Diese höchste Spannungsebene stellt eine reine Transportebene für große Entfernungen dar [3]. Nur Niederspannungsnetze sind im Unterschied zu den anderen Spannungsebenen nicht als Drei-, sondern als Vierleitersysteme aufgebaut, um den Anschluss einphasiger Verbraucher zu ermöglichen (s. oben).

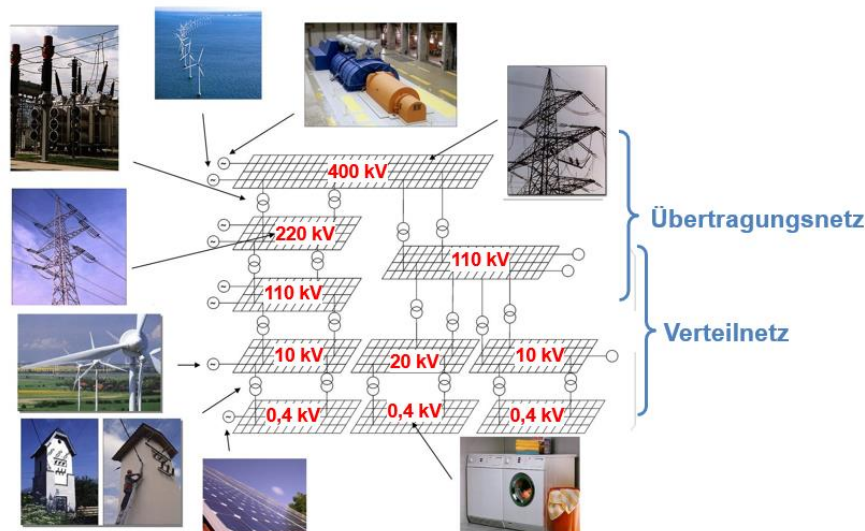


Abbildung 13: Schematischer Aufbau eines elektrischen Energieversorgungssystems

Die Leitungslängen reichen von einigen 100 m (Niederspannung) bis einigen 100 km (Höchstspannung). Aus wirtschaftlichen und technischen Gründen bestimmt die Größe der Wirkleistung und die Übertragungsdistanz die Wahl der Spannungsebene  $U$  (Effektivwert).

Da alle Vorgänge in den 3 Phasen einer Freileitung (siehe Abbildung 2) sich nach Konvention um den Phasenversatz von  $120^\circ$  unterscheiden, genügt zur stationären Zustandsbeschreibung einer Drehstromleitung ein einphasiges Modell. Dies soll im Folgenden skizziert werden.

### 4.1 Die Betriebsinduktivität

Beim Anlegen einer Spannung an eine Drehstromfreileitung werden elektrische Felder aufgebaut, welche durch Kapazität der Leiter untereinander und gegen Erde verursacht werden. Zusätzlich entstehen beim Fließen der Leiterströme durch die Induktivitäten magnetische Felder. Nach [3] lässt sich zunächst das in Bild 14 gezeigte Ersatzschaltbild eines unsymmetrisch angeordneten Dreileitersystems bei Vernachlässigung der kapazitiven Kopplung herleiten. Es sind die drei Leiter mit ihren jeweiligen Eigeninduktivitäten gezeigt.

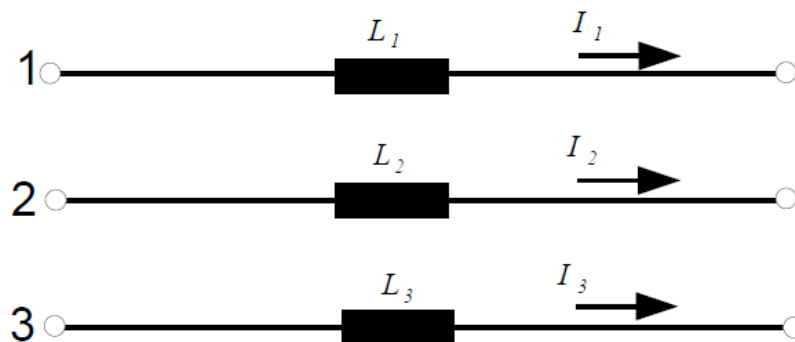


Abbildung 14: Einfaches Ersatzschaltbild einer kurzen unverdrillten Drehstromleitung

Bei unsymmetrischer Aufhängung der Leiterseile sind die Induktivitäten  $L_1, L_2, L_3$  unterschiedlich groß. Damit verursachen die Leiterströme, die als eingepreßt angesehen werden können, bei den Verbrauchern am Leitungsende Spannungsverzerrungen. Diese sind umso größer, je länger die Leitung ist, da sich wegen  $L = L' \cdot l$  mit  $l$  als der Länge der Leitung die Asymmetrien stärker ausbilden.  $L'$  ist der sogenannte Induktivitätsbelag, der die Induktivität pro Längeneinheit, häufig Meter, beschreibt. Eine Homogenisierung der Induktivitätsbeläge kann durch Verdrillung der Seilführung herbeigeführt werden (siehe Abbildung 15).

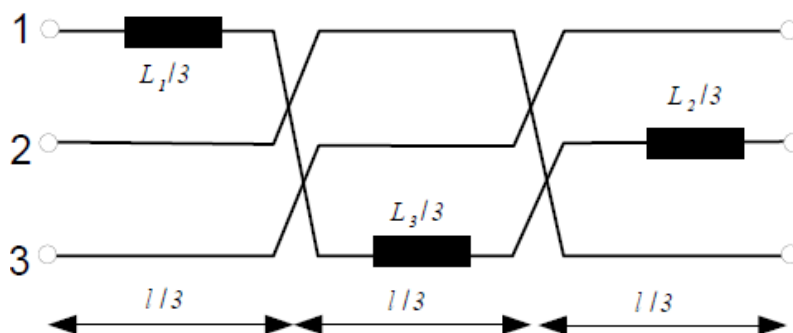


Abbildung 15: Verdrillung eines Drehstromsystems zum Angleichen des Induktivitätsbelags

Bei der dargestellten Seilführung tritt in jedem Außenleiter die gleiche Induktivität auf, die sogenannte Betriebsinduktivität, die auch die Koppelinduktivitäten enthält.

$$L_b = L'_b \cdot l = \frac{L_1}{3} + \frac{L_2}{3} + \frac{L_3}{3} \quad (28)$$

Zur Herleitung dieser Gleichung wird auf [3] verwiesen. Bei symmetrischem Betrieb lässt sich die Leitung durch ein einphasiges Ersatzschaltbild angeben (siehe Abbildung 16 mit  $U_E$ : verkettete bzw. Außenleiterspannung am **Eingang** der Leitung,  $U_A$  entsprechend am **Ausgang** der Leitung). Es wird hierbei zwar vereinfacht nur ein Leiter dargestellt, das Ersatzschaltbild ist jedoch für alle Leiter gültig, welche sich aus elektrischer Sicht identisch verhalten.

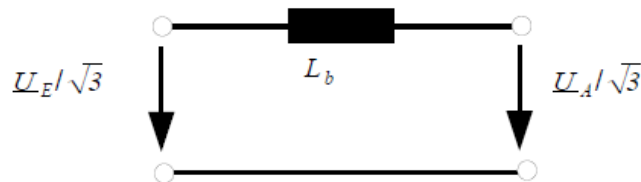


Abbildung 16: Einphasige Darstellung einer verdrehten Drehstromfreileitung bei symmetrischem Betrieb

Als Anhaltswert für die Betriebsinduktivität von Freileitungen gilt  $L'_b = 1 \text{ mH/km}$ . Dieser Zahlenwert ist auch für die Aufgaben im Versuchspraktikum zu verwenden.

## 4.2 Die Betriebskapazität

Die Leiterseile stellen Elektroden dar, zwischen denen sich Teilkapazitäten ausbilden. Die Spannungsabfälle entlang der Leitungen sind klein im Vergleich zu den Leiterspannungen. Daher ist die Bedingung konstanten Elektrodenpotenzials hinreichend erfüllt und die nachfolgende vereinfachte Betrachtung ist möglich. Abbildung 17 zeigt, wie sich prinzipiell die Koppelkapazitäten  $C_{ik}$  und Erdkapazitäten  $C_{iE}$  in einem Dreileitersystem ausbilden. Die Erdkapazitäten sind umso kleiner, je größer ihr Abstand zur Erde ist. Auch wenn die Koppelkapazitäten bei einer symmetrischen Anordnung der Leiter in der Form eines gleichseitigen Dreiecks identische Wert aufweisen, sind die Erdkapazitäten einer solchen Leiteraufhängung dennoch unterschiedlich groß.

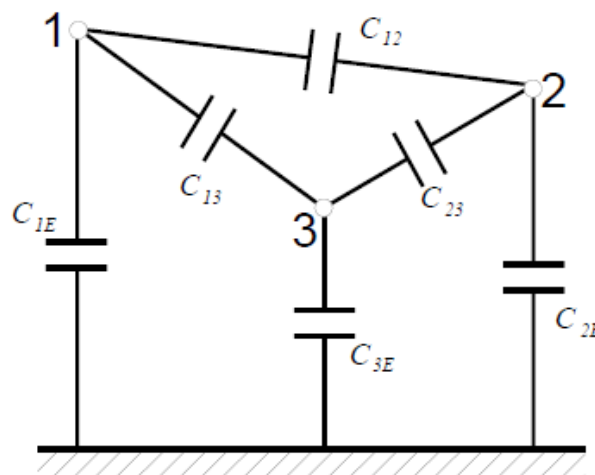


Abbildung 17: Ausbildung der Teilkapazitäten an einem Dreileitersystem

Äquivalent zu den Induktivitäten kann gezeigt werden, dass die gewünschte Symmetrie der Leiterkapazitäten durch Verdrillung erreicht werden kann, wodurch jeder Phase eine Betriebskapazität  $C_b$  zugeordnet werden kann [3].

Ein Anhaltswert für vorliegende Freileitungssysteme ist  $C'_b = 10 \text{ nF/km}$ . Dieser Zahlenwert ist ebenso für den Versuchsteil relevant.

## 4.3 Ohmscher Widerstand

Leiterseile sind aus zahlreichen Einzeldrähten zusammengesetzt, wobei die Einzeldrähte durch eine Oxidschicht gegeneinander isoliert und verdreht sind („Seilschlag“), um Wirbelstromeffekte zu minimieren. Üblicherweise werden Verbundseile eingesetzt, wobei der Kern des Seils zum Erzielen der notwendigen mechanischen Festigkeit aus Stahldrähten besteht und die außen liegenden Aluminiumdrähte die eigentlichen Leiter sind. Theoretisch lässt sich der Widerstand der einzelnen Leiter  $R_b$  nur schwer ermitteln, weshalb man auf empirische Beziehungen zurückgreift. Im Ersatzschaltbild gemäß Abbildung 16 wäre ein entsprechender konzentrierter Widerstand mit der Induktivität in Serie zu schalten. Normalerweise gilt für Höchstspannungsnetze folgende Beziehung:  $R_b/(\omega L_b) \leq 0,3$ .

## 5 Drehstromfreileitung bei symmetrischem Betrieb

Mit den angestellten Betrachtungen kann ein einphasiges Ersatzschaltbild angegeben werden, mit dem sich das Betriebsverhalten von Leitungen mit bis zu 150 km Länge beschreiben lässt (siehe Abbildung 18).

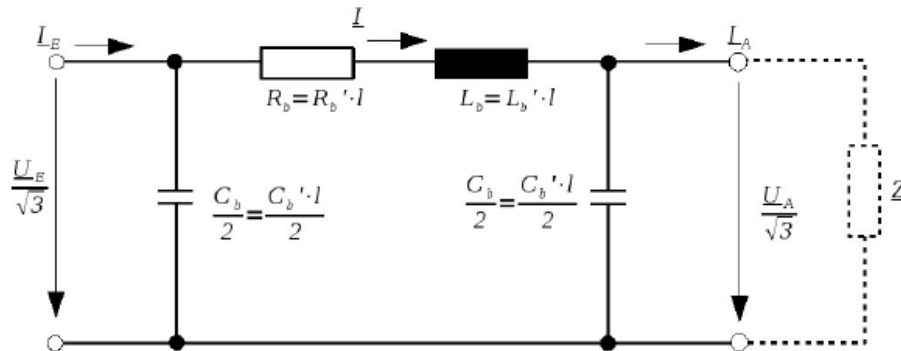


Abbildung 18: Einphasiges Pi-Ersatzschaltbild für ein 150 km langes Leitungssegment einer Höchstspannungsleitung mit dem Verbraucher Z am Leitungsende

Die Herleitung des Ersatzschaltbilds ist Vorlesungsinhalt der Leitungstheorie und wird an dieser Stelle nicht durchgeführt. Die Wellenlänge bei einer Frequenz von 50 Hz ist 6000 km, so dass die Leitungslänge von 150 km im Verhältnis zur Frequenz als „elektrisch kurz“ ansehen kann. Häufig ist es möglich derartig kurze Leitung mit einer einfachen R-L-Schaltung im Querschnitt darzustellen. Dadurch werden die kapazitiven Effekte vernachlässigt. Dies gilt meist im Nieder- und Mittelspannungsbereich. Für Leitungen über 150 km kann das Betriebsverhalten durch das gezeigte Ersatzschaltbild nicht dargestellt werden. Allerdings kann durch das „Hintereinanderschalten“ mehrerer kurzen Leitungen das tatsächliche Verhalten angenähert werden und somit auch längere Leitungen dargestellt werden. Beispielsweise kann eine 300 km Freileitung durch zwei der in Abbildung 18 gezeigten Ersatzschaltbilder dargestellt werden deren Eingang und Ausgang verbunden sind. Wichtig ist, dass die Elemente entsprechend der Abschnittslänge der Unterteilung korrekt berechnet werden.

## 6 Die elektrisch kurze Leitung

Für eine einseitig gespeiste Leitung erhält man unter Vernachlässigung des Kapazitätsbelags das prinzipielle Zeigerdiagramm in Abbildung 19 (die Last ist ein ohmsch-induktiver Verbraucher). Da die Querelemente vernachlässigt werden, ist der Eingangs- und Ausgangsstrom identisch ( $\underline{I}_A = \underline{I}_E = \underline{I}$ ). Abhängig von der Leitungs- und der Lastimpedanz ergibt sich der ein Wirk- und ein Blindanteil des Stroms.

Der Spannungsabfall über der Leitung kann aufgeteilt werden in einen Längsspannungsabfall  $\Delta U$ , der dieselbe Phasenlage hat wie die Spannung  $U_A$  und einen dazu senkrechten Querspannungsabfall  $\delta U$ . Man für die gezeigten geometrischen Zusammenhänge herleiten:

$$\Delta U = R_b \cdot I_{\text{wirk}} \pm I_{\text{blind}} \cdot \omega L_b \quad (29)$$

$$\delta U = \omega L_b \cdot I_{\text{wirk}} \mp I_{\text{blind}} \cdot R_b$$

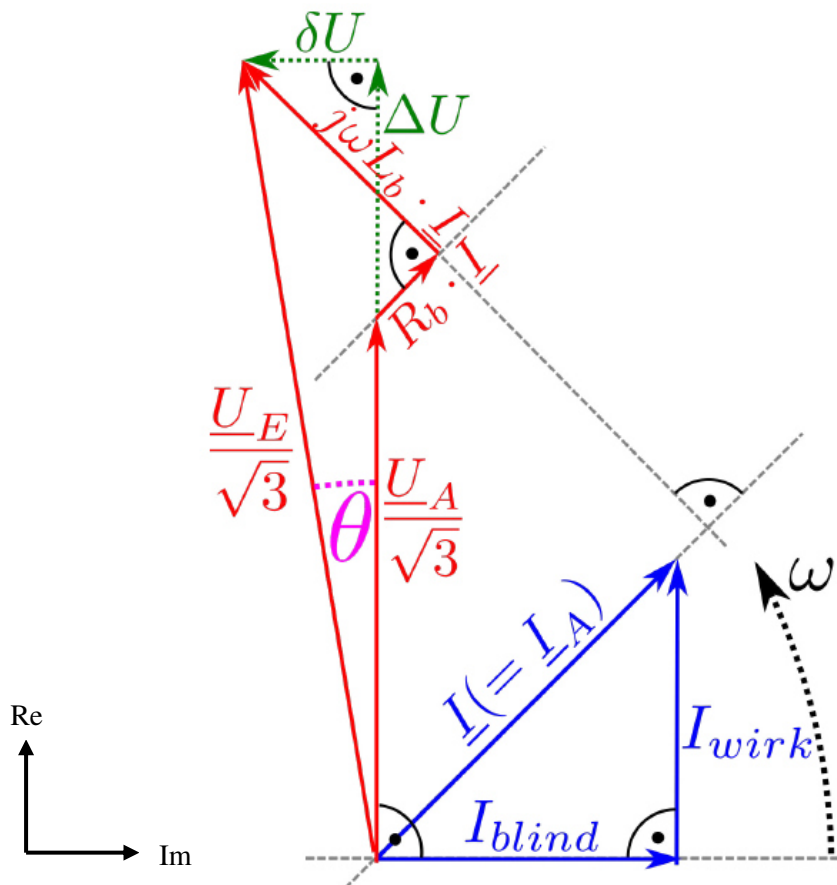


Abbildung 19: Qualitatives Zeigerdiagramm einer kurzen Leitung bei der nur  $R_b$  und  $L_b$  Beachtung finden

Der Längsspannungsabfall ist maßgeblich in Nieder- und Mittelspannungsnetzen und kann durch Blindstromkompensation am Verbraucher kompensiert werden. Hingegen ist der Querspannungsabfall maßgeblich für Hochspannungsnetze. Beim Übertragen von Leistung über eine Leitung resultiert ein sogenannte Leitungswinkel, der den Winkel zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung angibt. Bei einer Verbindung von zwei Netzen durch eine Leitung sind maximal  $42^\circ$  zulässig. Bei weiterer Steigerung von  $\theta$ , beispielsweise durch Erhöhung der Leitungslänge, tritt in zunehmender Weise eine Gefährdung der Stabilität der Energieübertragung auf. Aus Abbildung 19 sind folgende Beziehungen erkennbar:

$$\tan \theta = \frac{\delta U}{\left| \frac{U_A}{\sqrt{3}} \right| + \Delta U} \quad (30)$$

$$\left| \frac{U_E}{\sqrt{3}} \right| = \sqrt{\left( \left| \frac{U_A}{\sqrt{3}} \right| + \Delta U \right)^2 + \delta U^2} \quad (31)$$

### 6.1 Der natürliche Betrieb

Im Folgenden wird das Verhalten einer Leitung mit einem Ausgangswiderstand  $\underline{Z}$  anhand verschiedener Lastfälle diskutiert. Zuerst wird der natürliche Betrieb betrachtet, wobei die Leitung keine Blindleistung aufnimmt. Das Eingangsverhalten einer verlustlosen Hochspannungsfreileitung mit Last  $\underline{Z}$  (Abbildung 18 ohne Längswiderstandsbelag) wird durch die Eingangsimpedanz

$$\underline{Z}_E = \frac{U_E}{I_E} = \frac{2}{j\omega C_b} \parallel \left[ j\omega L_b + \left( \frac{2}{j\omega C_b} \parallel \underline{Z} \right) \right] \quad (32)$$

bestimmt [3]. Als verlustlos gilt eine Leitung, wenn  $R \ll \omega L_b$ . Damit die Leitung keine Blindleistung aufnimmt muss der imaginäre Anteil des Leitungswiderstands null sein. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn der Lastwiderstand  $\underline{Z}$  zu  $\sqrt{(L'_b/C'_b)}$  gewählt wird. In diesem Betriebszustand nimmt die Leitung keine Blindleistung auf, da die induktiven und die kapazitiven Ströme sich gegenseitig kompensieren. Man bezeichnet diesen speziellen Betriebszustand auch als „Anpassung“. Es gilt also:

$$\underline{Z}_E = Z_W = \sqrt{\frac{L'_b}{C'_b}} \quad (33)$$

mit  $Z_W$  als dem Wellenwiderstand. Dabei gilt für die Wirkleistung der Leitung folgender Zusammenhang. Die Blindleistung ist wie zuvor gefordert null.

$$P_{nat} = 3 \cdot \left( \frac{U}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{1}{Z_W} = \frac{U^2}{Z_W}$$

### 6.2 Der übernatürliche Betrieb

Jetzt wird der Lastfall  $Z_W > Z$  einer Höchstspannungsleitung betrachtet. Die Eingangsimpedanz weist nun induktives Verhalten auf. Durch den niedrigen Abschlusswiderstand kann sich ein großer Strom entwickeln, der ein entsprechend starkes Magnetfeld hervorruft. Dieser Einfluss übersteigt die kapazitiven Effekte und damit den Einfluss des elektrischen Feldes. Im Vergleich zum natürlichen Betrieb wird somit Blindleistung von der Leitung aufgenommen.

### 6.3 Der unternatürliche Betrieb

Der unternatürliche Betrieb einer Höchstspannungsleitung entsteht, wenn die Bedingung  $Z_W < Z$ , erfüllt ist. Dies führt im Gegensatz zu dem übernatürlichen Betrieb zu einer Dominanz des kapazitiven Verhaltens. Der Laststrom und die Magnetfelder der Leitung sind verhältnismäßig klein, was zu einem stärkeren Einfluss der Verschiebungsströme führt. Ein ausgeprägt unternatürlicher Betrieb ist zu ver-

meiden, denn bei betragsmäßig hoher Last  $Z \rightarrow \infty$  (Extremfall Leerlauf der Leitung) bilden die Längsinduktivität  $L_b$  und die Querkapazität  $C_b/2$  am Leitungsende einen Reihenschwingkreis. Mit wachsender Leitungslänge kommen die entsprechenden Blindwiderstände in die gleiche Größenordnung, da sie sich antiproportional verhalten:

$$\omega L'_b \cdot l \approx \frac{1}{\omega C'_b/2 \cdot l} \quad (34)$$

Die Netzfrequenz ist ausreichend, um das angesprochene Resonanzverhalten hervorzurufen. Am Leitungsende entsteht eine Überhöhung Spannung, was beispielsweise zur Beschädigung von Anlagen und Versagen von Schutztechnik führen kann. Der zulässige Grenzwert von  $U_{max} \approx 1,15 \cdot U_{Nenn}$  kann leicht verletzt werden. Die Spannungserhöhung wird „Ferranti-Effekt“ genannt und kann in geminderten Umfang auch schon bei belasteten Leitungen beobachtet werden, wenn sie unternatürlich betrieben werden. Im Verlauf des Versuchspraktikums, werden Sie diesen Effekt ebenfalls beobachten.



## 7 Kontrollfragen

**Die folgenden Kontrollfragen sind vor dem Praktikumstermin zu bearbeiten!**

1. Geben Sie den allgemeinen Ausdruck für die Scheinleistung  $\underline{S}$  an! Was ist  $P$ , was ist  $Q$ ?  
Wie lauten die Einheiten? Leiten Sie das Vorzeichen für  $Q$  bei rein induktiver bzw. rein kapazitiver Last her!
2. Aus den Gl. (1), (2) und (3) lässt sich ableiten:  
 $p(t) = u(t) \cdot i(t) = U I \cos \varphi + U \cdot I \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$  mit  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ . Nehmen Sie  $\varphi_u = 0$ ,  $\varphi_i < 0$  an und skizzieren  $u(t)$ ,  $i(t)$  und  $p(t)$  zusammen in ein Diagramm. Wie häufig wechselt die Leistung das Vorzeichen innerhalb einer Periode von Strom oder Spannung?
3. Geben Sie formal an, wie aus den gemessenen Größen  $P$ ,  $U$  und  $I$  der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  und die Blindleistung  $Q$  berechnet werden.
4. Beantworten Sie mithilfe eines eigenen Zeigerdiagramms, wie das Vorzeichen der Blindleistung  $Q$  einer Last im Strang 1 (zwischen  $L1$  und Neutralleiter) bestimmt werden kann, wenn ein symmetrisches dreiphasiges Drehstromsystem mit zugänglichem Nullpunkt zur Verfügung steht? Welche Hilfsspannung wird benötigt?
5. Die Phase  $L1$  werde mit der Parallelschaltung aus  $R$ ,  $L$  und  $C$  belastet (siehe Bild des Praktikumsstands auf nächste Seite). Welche Bedingung muss gelten, damit der Leistungsfaktor maximal wird, d.h. nur Wirkstrom in den Zuleitungen fließt? Wie lautet die Beziehung zwischen  $L$  und  $C$  in diesem Falle?
6. Warum erfolgt Energieübertragung mit Hochspannung? Gehen Sie bei dieser Argumentation auch auf das Ersatzschaltbild in Abbildung 18 ein!
7. Berechnen Sie mit den im Skript angegebenen Anhaltswerten für die Belagsgrößen die Blindwiderstände  $\omega L_b = X_L$  und  $2/(\omega C_b) = 2X_C$  entsprechend der Pi-Ersatzschaltung in Abbildung 18. Welche der komplexen Impedanzen ist betragsmäßig sehr viel größer als die andere? Wie könnte man dies ausnutzen, um durch zwei Impedanzmessungen an der Leitung näherungsweise  $L_b$  und  $C_b$  zu bestimmen? Beachten Sie dabei auch die praktische Realisierbarkeit einer Messung!
8. Abbildung 19 zeigt ein Zeigerdiagramm für eine kurze Leitung, bei der nur  $R_b$  und  $L_b$  Beachtung finden, für den allgemeinen Lastfall, d.h. eine Last mit ohmschem und reaktivem Anteil. Skizzieren Sie jeweils ein entsprechendes für Zeigerdiagramm für die beiden Sonderfälle  $P = 0$  (reaktive Last) und  $Q = 0$  (ohmsche Last). Zeichnen Sie ein: Ein- und Ausgangsspannung, Längs- und Querspannungsabfall, deren Komponenten und den Leitungswinkel.

## 8 Versuchsdurchführung

### Sicherheitshinweise

- In den Versuchen wird mit Netzspannung gearbeitet. Sicherheitshinweise der Betreuer sind deshalb strikt zu befolgen
- Aufbau und Änderungen von Schaltungen dürfen nur bei ausgeschalteter Netzspannung erfolgen
- Vor dem Einschalten muss jede Schaltung vom Betreuer abgenommen werden
- Im Falle einer Notsituation ist als erstes einer der Notaus-Knöpfe zu drücken (unten links auf der Versuchsfront, siehe auch Bild 2; weitere Knöpfe im Raum verteilt)

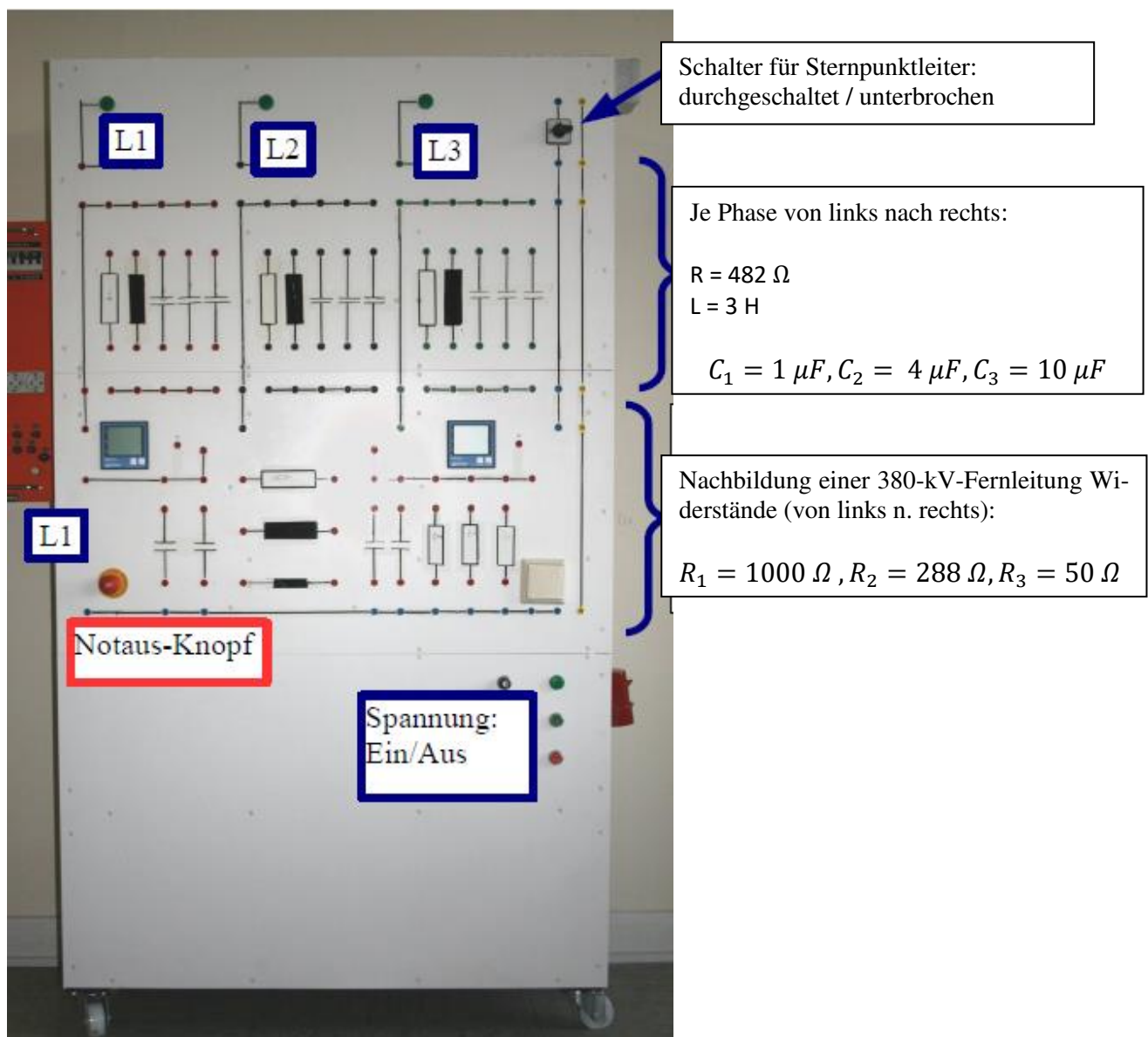


Bild 1: Verwendeter Versuchsstand

**Diese und die folgenden-Seiten sind  
auf DIN-A4 ausgedruckt mitzubringen!**

**Bearbeitungshinweis**

- Die Felder, in welche zu messende Werte einzutragen sind, sind grau hinterlegt.  
Die übrigen Felder sind für zu berechnende Werte vorgesehen.

**8.1.1 Messung: Leistung in Einphasensystemen**

Folgende Lasten sind an Phase L1 anzuschließen:

- 1)  $\underline{Z}_1 = R || L$
- 2)  $\underline{Z}_1 = R || L || C_2$
- 3)  $\underline{Z}_1 = R || L || C_3$

Folgende Größen sind zu messen, um die nachstehende Tabelle auszufüllen:

$I, \quad P, \quad \cos \varphi, \quad Q_m$

Welche Spannung  $U_{hilf}$  ist zu verwenden? Wie ist dann die Blindleistung aus der gemessenen Blindleistung  $Q_m$  zu berechnen? Schreiben Sie die berechnete Blindleistung in die Spalte Q. Kommentieren Sie die möglichen Abweichungen zwischen gemessenem und berechnetem Wert!

Lastfall	$I[mA]$	$P[W]$	$\cos \varphi$	$Q_m[VAr]$	$\varphi[^\circ]$	$Q[VAr]$ berechnet aus P und $\cos \varphi$
1)						
2)						
3)						

**8.1.2 Messung: Leistung in symmetrisch belasteten Dreileitersystemen**

Die Impedanzen  $\underline{Z}$  in den drei Phasen sind jeweils gleich. Der Sternpunkt darf (und soll) vom Neutralleiter getrennt werden. Es sollen 2 Fälle untersucht werden:

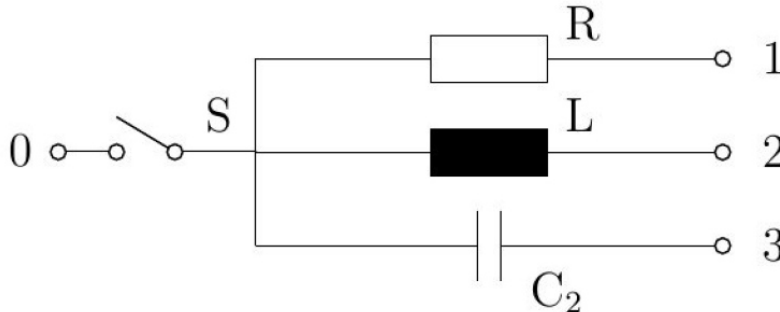
- 1)  $\underline{Z} = R$
- 2)  $\underline{Z} = R || L || C_3$

Mit der Aronschaltung und einem Voltmeter sollen jeweils die Größen der folgenden Tabelle gemessen werden. Die Verschaltung der Messgeräte ist für den Versuch unter 8.1.3 zu übernehmen! Beachten Sie Abschnitt 3.3.

Lastfall	$P_1[W]$	$P_3[W]$	$U_{SN}[V]$	$Q[VAr]$	$P[W]$
1)					
2)					

### 8.1.3 Messung: Leistung in asymmetrisch belasteten Dreileitersystemen

Zwischen den Phasen 1, 2 und 3 ist eine asymmetrische Last gemäß folgendem Schaltbild anzuschließen:



Der Schalter (S) bleibt bei dem ganzen Versuchsteil geöffnet und kann auch weggelassen werden. Somit besteht keine Verbindung mit dem Neutraleiter. Bei diesem Dreileitersystem sind die Wirkleistung und die Blindleistung mit Hilfe der jeweils notwendigen Hilfsspannungen zu messen, um die folgende Tabelle auszufüllen.

Leistungen in Strängen 1 und 2 sowie die Gesamtleistungen:

$P_1 [W]$	$P_3 [W]$	$Q_1 [VAr]$	$Q_3 [VAr]$	$P [W]$	$Q [VAr]$

Spannungen über den Elementen in den 3 Strängen sowie zwischen Sternpunkt und Neutraleiter:

$U_{Str1} [V]$	$U_{Str2} [V]$	$U_{Str3} [V]$	$U_{SN} [V]$

Ströme in den 3 Strängen:

$I_1 [mA]$	$I_2 [mA]$	$I_3 [mA]$

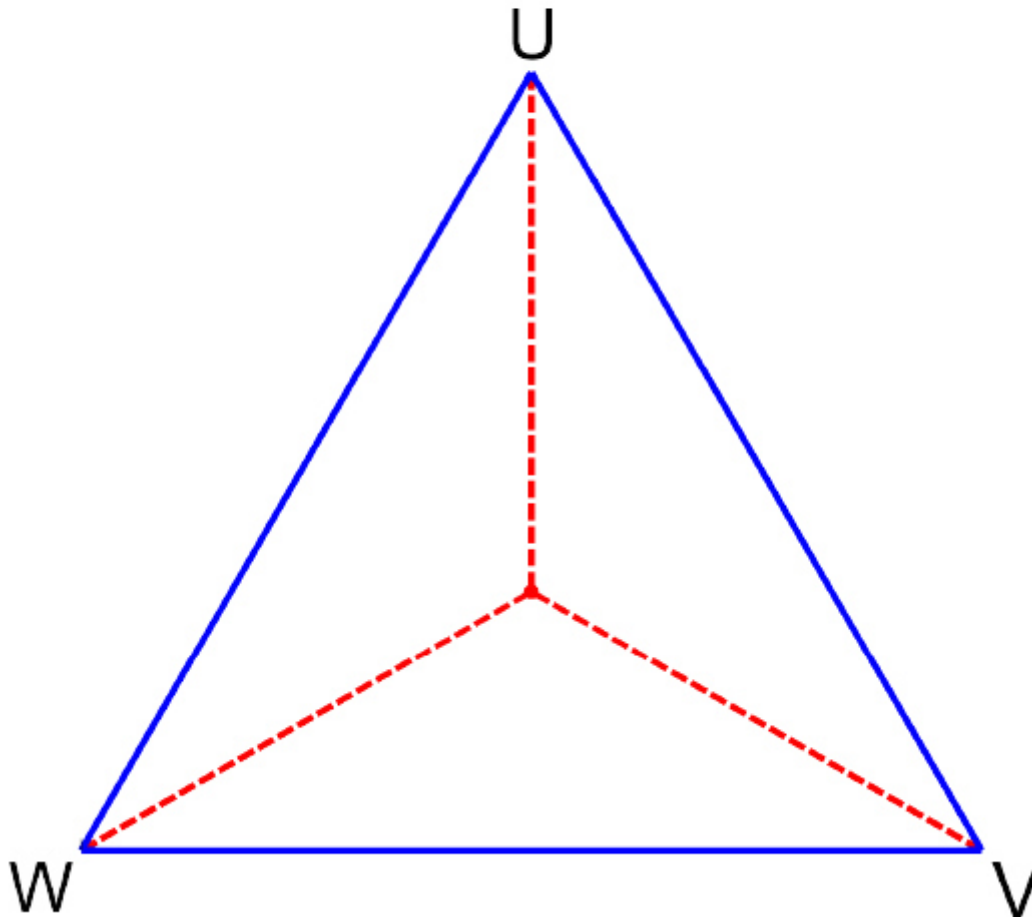
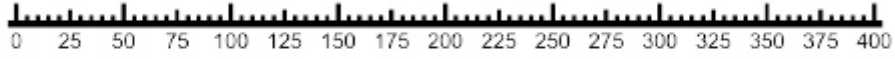
Mit diesen Daten sollen Sie das Zeigerdiagramm für das untersuchte Drehstromsystem zeichnen.

Verwenden Sie dazu die Vorlage auf der folgenden Seite. Verwenden Sie einen Zirkel zur Konstruktion. Mit diesem können Sie die benötigten Längen direkt an den Skalen für Strom und Spannung abgreifen und brauchen keine Messungen mit dem Lineal durchzuführen.

Skala für Ströme (mA)



Skala für Spannungen (Volt)



## 8.2 Untersuchung einer 380-kV-Drehstromfreileitung

Das einphasige Leitungsmodell mit Elementen entsprechend Bild 18 wird mit der Phasenspannung des Niederspannungsnetzes betrieben, so dass die gemessenen Ströme und Spannungen jeweils mit dem Faktor 1000 auf Originalgrößen umzusetzen sind.

### Wichtig

- Die untere, kleine Längsinduktivität darf ausschließlich wie beim Modell für die 300 km-Leitung beschrieben (Leerlauf bzw. 1-kΩ-Lastfall) eingesetzt werden, ansonsten besteht die Gefahr der Zerstörung!

### 8.2.1 Elektrische Leitungskenngrößen

Für den Versuchsaufbau gelten folgenden Werte für die Ersatzelemente:

$$L_b = 165 \text{ mH}$$

$$\frac{C_b}{2} = 1,02 \text{ } \mu\text{F}$$

Resultierender Längswiderstand  $R_b := 5,21 \text{ } \Omega$

Berechnen Sie den Wellenwiderstand der Leitung  $Z_w = \text{_____} \Omega$

### 8.2.2 Die 150 km lange Leitung im natürlichen Betrieb

Schließen Sie die 150 km lange Leitung nahe dem Wellenwiderstand  $Z_w$  ab. Beachten Sie, dass dies im Wesentlichen eine **ohmsche Last** darstellt.

Stellen Sie den Einfluss des Kapazitätsbelags bei „verlustloser“ Leitung fest. Der zuschaltbare Längswiderstand  $R_b$  soll also nicht beachtet werden (die Verluste in  $L_b$  kann man im Versuch leider nicht umgehen).

Bestimmen Sie den Leistungsfaktor am Anfang/ Eingang der Leitung mit und ohne Querkapazitäten:

	ohne Querkapazitäten	mit Querkapazitäten
Tendenz für $\cos \theta_{Ein}$		

Fahren Sie mit angeschlossenen Querkapazitäten fort.

Messen Sie Strom und Spannung am Leitungsende und bestimmen Sie außerdem die Größen in den folgenden Tabellen (Ströme in kA und Spannungen in kV angenommen, gemäß der oben genannten Skalierung):

$U_{Aus}/\sqrt{3}$	$I_{Aus}$	$\Delta U$	$\delta U$
		0 (, weil hier $R_b = 0$ )	

Leitungswinkel $\vartheta$ in Grad	$U_{Ein}/\sqrt{3}$ gemessen	$U_{Ein}/\sqrt{3}$ berechnet

### 8.2.3 Eine 300 km lange Leitung bei unternatürlichem Betrieb

Setzen Sie zur Leitungsnachbildung nun zwei in Serie geschaltete Pi-Glieder ein. Als Längsinduktivität des zweiten Pi-Glieds verwenden Sie nun die untere Induktivität (kleines Schaltungssymbol) ohne einen Serienwiderstand.

Betreiben Sie die Leitung zunächst im Leerlauf und füllen Sie die nachstehende Tabelle:

$U_{Ein}/\sqrt{3}$	$I_{Ein}$	$\cos \varphi_{Ein}$	$U_{Aus}/\sqrt{3}$	$U_{Aus}/U_{Ein}$

Kommentieren Sie das Resultat!

Schließen Sie dann die Leitung mit  $R_A = 1000 \Omega$  ab und füllen Sie die nachstehende Tabelle:

$U_{Aus}/\sqrt{3}$	$U_{Aus}/U_{Ein}$

## 9 Anhang: Literatur

- [1] H. Frohne, K.-H. Löcherer, H. Müller: „Möller, Grundlagen der Elektrotechnik“, Teubner-Verlag, 2002
- [2] F. Noack: „Einführung in die elektrische Energietechnik“, Fachbuchverlag Leipzig, 2003
- [3] K. Heuck, K.-D. Dettmann: „Elektrische Energieversorgung“, Vieweg-Verlag, 2002